

DYNAMIKA KOLEJOVÝCH VOZIDEL A ŽELEZNIČNÍCH TRATÍ

Mariánské Lázně 1990

2.7 MATEMATICKÉ MODELOVÁNÍ ADHEZNÍ VAZBY KOLA A KOLEJNICE

Ing. Oldřich P o l á c h, CSc
VŠOS Žilina

Základním problémem při výpočtech dynamiky jízdy kolejových vozidel je vyjádření adhezních sil ve styku kola s kolejnicí. Při jejich matematickém modelování existují v podstatě dvě možnosti - buď vycházet z teoretického řešení kontaktu, platného jen pro ideální podmínky, nebo využít výsledky experimentů provedených za stejných nebo velmi podobných podmínek. Teoretické řešení problému valivého kontaktu těles při působení tečných sil nejdále rozpracoval Kalker [1]. Řešení však představuje poměrně složitý iterační postup, který mnohonásobně prodlužuje čas výpočtu. Proto je snahou zejména pro simulační výpočty používat řešení jednodušší. Jedna z možností je předmětem příspěvku.

Řešení vychází z teoretické studie Freibauera [2], dále rozvinuté v [3], [4]. Skluz s (= skluzová rychlost/rychlost jízdy), který vyvolává adhezní sílu, je převeden na transformovanou hodnotu

$$\epsilon = \frac{2}{3} \frac{C \cdot \pi \cdot a^2 \cdot b}{Q \cdot f} s \quad (1)$$

kde je s - skluz (s_x, s_y - skluzy ve směru x, y)
 a, b - rozměry poloos styčné elipsy

Q - kolová síla (normálové zatížení)

f - součinitel tření

C - konstanta, charakterizující pružnost styku.

Dalším řešením je odvozena hodnota součinitele adheze ve směru výsledné tečné síly

$$\mu = f \cdot \frac{2}{\pi} \left(\frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon^2} + \arctan \varepsilon \right) \quad (2)$$

přičemž orientované hodnoty součinitele adheze jsou

$$\mu_x = \mu \frac{s_x}{s} \quad (3)$$

$$\mu_y = \mu \frac{s_y}{s} \quad (4)$$

Dosavadní práce se nezabývaly možností použít tuto teorii jako náhradu Kalkerovy teorie. Tuto náhradu bez uvažování spinu lze provést tak, že velikost konstanty C určíme z podmínky stejného průběhu charakteristiky linearizované v jejím počátku. Po dosazení takto vypočtené konstanty C do (1) má transformovaný skluz ve vztahu (2) tvar

$$\varepsilon_K = \frac{1}{4} \frac{\pi \cdot c_{jj} \cdot a \cdot b \cdot G \cdot s}{Q \cdot f} \quad (5)$$

kde c_{jj} - Kalkerova konstanta ($j=1$ pro podélný směr, $j=2$ pro příčný směr, viz [1]).

Vzhledem k tomu, že podle Kalkera $c_{11} \neq c_{22}$, dosadíme do (5) za c_{jj} vztah

$$c_{jj} = \sqrt{\left(c_{11} \frac{s_x}{s} \right)^2 + \left(c_{22} \frac{s_y}{s} \right)^2} \quad (6)$$

Vlivem příčného skluzu vzniká ve styčné ploše moment působící k ose kolmé na styčnou plochu. Odvozením integrálu velikosti součinu tečného napětí a ramene, na kterém působí, podobně jako v předchozím, lze dospět k výrazu pro hodnotu tohoto momentu

$$M_z = \frac{9}{16} a \cdot Q \cdot f \cdot K_M \frac{s_y}{s} \quad (7)$$

$$\text{kde } K_M = \varepsilon \cdot \left(-\frac{\delta^3}{3} + \frac{\delta^2}{2} - \frac{1}{6} \right) + \frac{1}{3} \sqrt{(1 - \delta^2)^3}$$

$$\delta = \frac{\varepsilon^2 - 1}{\varepsilon^2 + 1}$$

Porovnáním počátečního lineárního průběhu charakteristik podle Kalkerovy a naší teorie potom obdobně jako v předchozím dostaneme transformovaný skluz ε ve vztahu (7) ve tvaru

$$\varepsilon_M = \frac{8}{3} \frac{\sqrt{a \cdot b^3} \cdot G \cdot c_{22} \cdot s}{Q \cdot f} \quad (8)$$

kde c_{22} je Kalkerova konstanta, viz [1].

Porovnání charakteristik podle Kalkera a jejich výše uvedené náhrady je v bezrozměrných souřadnicích

$$\text{- poměrná hodnota součinitele adheze } f_1 = \frac{\mu_1}{f} \quad (i=x, y) \quad (9)$$

$$\text{- poměrný moment } m_2 = \frac{2 \cdot M_z}{Q \cdot f \cdot \sqrt{a \cdot b}} \quad (10)$$

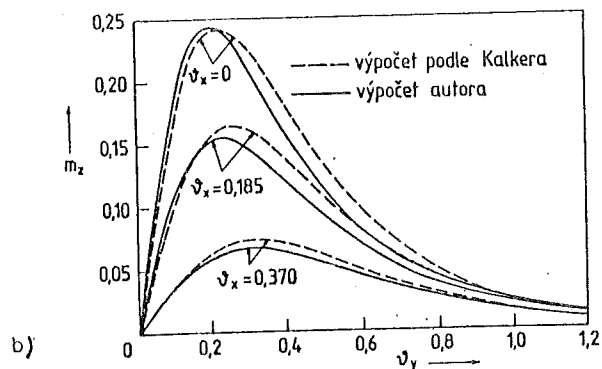
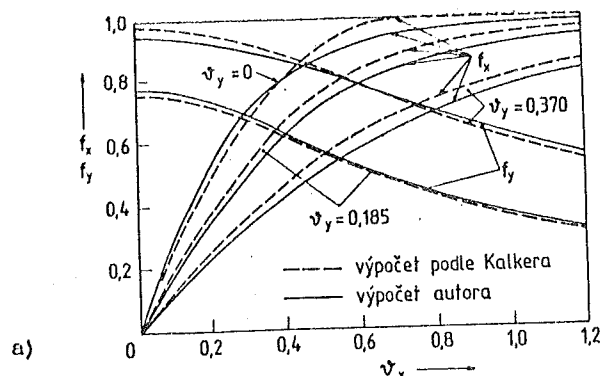
$$\text{- poměrný skluz } \nu_i = \frac{1}{3} \frac{G \cdot a \cdot b \cdot c_{jj} \cdot s_i}{\pi \cdot Q \cdot f} \quad (i=x, y) \quad (11)$$

uvedeno na obr. 1a, b. Výpočty pomocí Kalkerovy teorie byly provedeny programem FASTSIM díky svolení autora programu.

Další dosud nepublikovanou možností využití této teorie je uvažování rozdílných hodnot součinitele statického tření f_1 v ploše lpění a kinematického tření v ploše skluzu (f_2). Nechť poměr velikostí součinitele tření je $k = f_1/f_2$. Potom dostaneme rozdílné hodnoty transformovaného skluzu ε v oblasti lpění a v oblasti skluzu. Jestliže za základ zvolíme tření kinematické a budeme psát $f=f_2$, $\varepsilon=\varepsilon_2$, potom $\varepsilon_1 = \varepsilon/k$ a velikost součinitele adheze je dána vztahem

$$\mu = f \frac{2}{\pi} \left(\frac{k \cdot \varepsilon}{k^2 + \varepsilon^2} + \arctg \varepsilon \right) \quad (12)$$

Skluzová charakteristika podle tohoto vztahu nemá maximum v nekonečnu jako podle (2), ale obsahuje i klesající část po



Obr.1 Závislost poměrných hodnot podélného a příčného součinitele adheze na podélném skluzu (a) a momentu ke svislé ose na příčném skluzu (b)

překročení maxima. Teorie je proto použitelná i jako matematické vyjádření adhezní vazby na základě experimentálních hodnot získaných změřením jedné skluzové charakteristiky (pro $s_y=0$). V tomto případě je nutné zjistit hodnotu skluzu s_{max} , při kterém nastává maximum adheze. Vyjdeme z derivace závislosti (12) podle ξ , která po úpravě vede na kvadratickou rovnici, jejíž řešení je

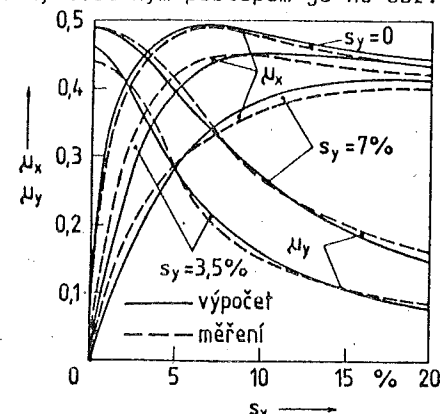
$$\varepsilon^2 = \frac{k}{2(k-1)} \left[(k^2 + 2 \cdot k - 1) + \sqrt{k^4 + 8 \cdot k^3 + 2 \cdot k^2 - 6 \cdot k + 1} \right] \quad k \neq 1 \quad (13)$$

Náhradu změřené skluzové charakteristiky provedeme na základě odečtených hodnot μ_{max} , s_{max} , a odhadu součinitele kinematického tření f . Do rovnice (12) dosadíme za ε rovnici (13), za μ dosadíme hodnotu μ_{max} , dále dosadíme hodnotu f a vhodnou iterační metodou určíme poměr součinitelů tření k . Podle (13) vypočteme ε_{max} pro vypočtené k a hodnota konstanty c_{jj} ve vztahu (5) potom je

$$c_o = \frac{4 \cdot Q \cdot f \cdot \varepsilon_{max}}{\pi \cdot a \cdot b \cdot G \cdot s_{max}} \quad (14)$$

Porovnání charakteristik změřených na zkušebním stavu VŠDS a jejich matematické náhrady uvedeným postupem je na obr. 2 a ukazuje dobrou shodu.

Obr.2 Porovnání změřených skluzových charakteristik a jejich matematického modelu



Literatura:

1. Kalker, J.J.: Survey of wheel-rail rolling contact theory Vehicle system dynamics, 5/1979, str. 317-358
2. Freibauer, L.: Adheze kola vozidla na dráze. Sborník Z. vědecké konference VŠDS, sekce dopravní technika, část A, str. 214-219
3. Polách, O.: Adhezní síly při obecné poloze kola vzhledem ke kolejnici. Práce a štúdie Vysoké školy dopravy a spojov, séria strojnica, č. 16, str. 149-167

4. Čáp, J.: Střmost vzestupné větve adhezní charakteristiky
Železniční technika, 1/1980, str. 12-16

2.8 MĚŘENÍ A VYHODNOCENÍ INTERAKČNÍCH SIL KOLA A KOLEJNICE

Ing. František P e t r, CSc
VÚŽ

1. Úvod

Požadavek měření vodících a kolových sil, za jízdy vozidla po koleji, lze realizovat např. pomocí měrného dvojkolí. V našem ústavu jsme vyvinuli během tří let měřicí systém RODAKOS-VÚŽ, tvořený měrným dvojkolím s celistvými koly a zařízením pro automatickou korekci signálů, měřených zmíněným rotujícím dvojkolím.

Vodící síly Y a kolové síly Q lze stanovit různými metodami a měřicími prostředky instalovanými na koleji nebo ve vozidle. Výskyt a průběh sil mezi kolem a kolejnicí závisí kromě vozidla samotného na kvalitě a stavu koleje, která se může měnit v dílčích úsecích velmi podstatně. Proto byla dána přednost měřicímu zařízení, závislému na vozidle.

Každý pojezd má jistý frekvenční přenos, který působí na přenášené síly jako filtr. Z toho důvodu bylo rozhodnuto měřit všechny síly co nejbližší bodu dotyku kola s kolejnicí. Tím byl zdůvodněn požadavek použít speciální měrné dvojkolí. V tomto případě bylo vybráno dvojkolí s celistvými koly ϕ 920 mm, vzor 409, výrobek ŽD Bohumín, se zvláštními úpravami pro potřeby měření. Měřicí tenzometry nalepené na kotouči kola měří deformace vyvolané působením příčných a